

一种适用于球面局部区域的纹理映射算法

江巨浪^{1),2)} 张佑生¹⁾

¹⁾(合肥工业大学计算机与信息学院,合肥 230009) ²⁾(安庆师范学院物理系,安徽安庆 246011)

摘要 两步纹理映射和环境映射一般都采用球面作为中介曲面,由于球面映射算法是这两种纹理映射技术的重要组成部分,且球面映射算法还可应用于自由曲面的识别和视景生成等方面,因此,对球面映射算法进行研究具有重要的意义,为了进一步减少球面映射算法产生的纹理形变,从纹理不变形准则出发,分析了传统球面纹理映射算法及其不足之处,并在此基础上提出了一种适用于局部球面的纹理映射新算法,由于该算法考虑了面积等比约束关系,因此可显著提高纹理映射质量,实验结果表明,该算法十分有效,具有一定优势。

关键词 纹理映射 球面映射 局部球面映射 纹理变形

中图分类号: TP391.4 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2004)09-1112-05

An Algorithm of Texture Mapping Applicable to Partial Area on Spheres

JIANG Ju-lang^{1),2)}, ZHANG You-sheng¹⁾

¹⁾(School of Computer Science and Information, Hefei University of Technology, Hefei 230009)

²⁾(Physics Department of Anqing Normal College, Anqing, Anhui 246011)

Abstract In the methods of two part texture mapping and environment mapping, a sphere is usually used as the intermediary surface, where a kind of sphere mapping algorithm is contained as their important component. Furthermore, the algorithm of sphere mapping may also be applied in recognition of surfaces and generation of landscapes, etc. In order to decrease the texture distortion caused by the algorithm of sphere mapping, the paper discusses the traditional algorithms of sphere mapping and its shortcomings at first according to the non-distortion criterions of sphere texture mapping. And then, a new algorithm of texture mapping is put forward, which is applicable to partial area of a sphere. Because the ratio of areas between a texture region on the texture plane and the corresponding mapping region on the partial sphere is used as a constraint, the quality of texture mapping is obviously improved. Finally, some of the experimental results are presented, which show that the new algorithm is quite effective and has certain advantage compared to the traditional algorithms of sphere mapping.

Keywords texture mapping, sphere mapping, partial sphere mapping, texture distortion

1 引言

两步纹理映射与环境映射技术一般采用球面作为中介曲面,其第1步是完成由纹理平面(或环境)到球面的映射^[1~4]。为实现这种映射,对球面上的任一点 (x, y, z) ,首先需要确定纹理平面上与其对应的点 (u, v) 。由于球面是不可展曲面,因此球面纹理映射不可避免会产生纹理变形。Bier 与 Sloan 对如

何减少纹理形变进行了较深入的研究,并提出了球面映射中纹理不变形的3个判断准则^[1]:(1)点的相邻性,即纹理平面上的相邻点映射到球面后仍是相邻的;(2)面积的等比性,即纹理平面上各个区域和球面上与之对应的映射区域之面积比保持不变;(3)长宽比的不变性,即一个 10×20 单位的图案映射至球面上的近似长方形面片也能保持 $1:2$ 的长宽比。文献[5]提出一种球面等积映射方法,用于消除在球面映射时所产生的球面两极处纹理汇聚与首

尾连接处不连续的走样。文献[6]提出基于透视变换的纹理映射算法,也取得较好的效果。此外,球面映射方法还可应用于自由曲面的识别、视景生成和全向相机模型的评价等方面^[7~9]。

传统的球面纹理映射方法可分为整球面映射与半球面映射两类,其中,整球面纹理映射通常是将一个矩形的纹理平面映射至整个球面上。为实现此目的,须将矩形的上下两条边界线映射为球面的上下两个极点。这样,在球面两极点处必然出现纹理汇聚现象,从而产生较大的纹理形变。Bier 和 Sloan 提出了一种基于立体投影的半球面纹理映射算法,它是将圆形的纹理平面映射到上半球面,由于避免了球极纹理汇聚现象,从而有效地减少了纹理形变。

本文从分析现有的球面映射算法产生纹理形变的原因入手,针对如何进一步减小这种形变,提出一种基于面积等比约束的局部球面纹理映射算法。分析和实验表明,新算法能更好地满足纹理不变形准则,其不仅映射纹理变形小,且球面上的映射范围可根据需要而定,这就给实际应用带来了灵活性。

2 球面纹理映射的现有算法分析

2.1 整体球面的纹理映射算法

传统的整球面纹理映射用于将矩形纹理平面映射到整个球面上,其一般做法如图 1 所示,由于需在纹理坐标系中,以 v 为常数的水平线映射为球面上纬度坐标为 φ 的纬线和需将纹理坐标系中以 u 为常数的垂直线映射为球面上经度坐标为 θ 的经线,故需在纹理平面坐标 (u, v) 与球面经纬坐标 (θ, φ) 之间构造一个映射函数,例如,设纹理平面为正方形,球面半径取为 1,则可得如下很简单的线性映射函数:

$$u = 0.5\theta/\pi; v = 0.5 + \varphi/\pi \quad (1)$$

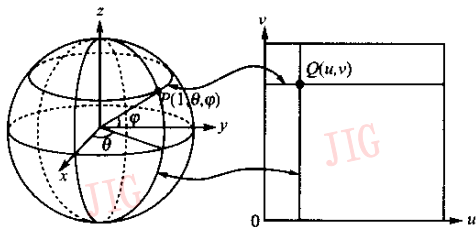
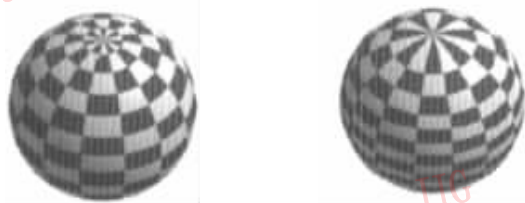


图 1 整体球面的映射

利用式(1)将一矩形方格纹理平面对整个球面做映射,其结果如图 2(a)所示(视线与 z 轴夹角为 45°)。



(a) 简单方法 (b) 面积等比方法

图 2 传统的整体球面映射方法

Hall 提出的另一种基于等面积的映射算法^[2]为:球面的经度坐标与纹理横坐标呈正比,球面纬度坐标的正弦与纹理纵坐标呈线性关系,即

$$u = 0.5\theta/\pi; v = 0.5 + 0.5\sin\varphi \quad (2)$$

该算法将纹理平面上面积相等的纹理图案映射到球面后,其面积仍然相等,从而满足纹理不变形准则 2。利用式(2)将一方格纹理平面对整体球面进行映射,其所产生的结果如图 2(b)所示。由图 2 可以看到,在靠近球的两极时,图 2(a)中纹理方格面积明显减小,而图 2(b)中各纹理方格的面积则保持不变。

由于上述两种整体球面纹理映射都在两极点处出现纹理汇聚现象,因而不可避免产生明显的纹理形变。

2.2 半球面的纹理映射算法

Bier 和 Sloan 提出了一种基于立体投影的半球面纹理映射算法,用于将二维圆形纹理平面映射到上半球面^[1]。如图 3 所示,该算法是将圆形纹理平面作为投影平面,同时使该平面平行于半球面的赤道面,并与半球面相切于正极点,而将投影中心置于球面的负极点上,可见立体投影算法是通过投影来确定纹理平面坐标与球面坐标的对应关系的。它是将纹理平面上的圆弧映射为半球面上的纬线,而将平面上的径向线段映射为半球面上的经线,其映射公式为

$$\begin{cases} u = \frac{2p}{1 + \sqrt{1+p^2+q^2}} \\ v = \frac{2q}{1 + \sqrt{1+p^2+q^2}} \end{cases} \quad (3)$$

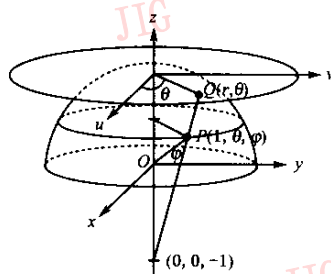


图 3 基于立体投影的半球面映射

式中, $p = \tan\varphi \cos\theta$, $q = \tan\varphi \sin\theta$ 。

图4给出一个半球面映射的结果。其中,图4(a)为正视图(视线沿 z 轴方向),图4(b)为侧视图(视线沿 y 轴方向)。从图4可见,极点附近虽没有出现纹理汇聚现象,映射纹理的质量也比上述整球面映射有了提高,但是,图中靠近赤道部位的映射纹理方格逐渐变小,同时,长宽比也未能保持不变。可见,严格来说,该算法并不满足纹理不变形准则2与3。

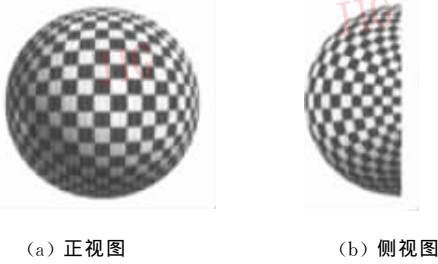


图4 基于立体投影的纹理映射

3 局部球面映射算法

3.1 基本映射函数的引入

本文提出一种基于面积等比约束的局部球面映射算法。该算法的特点是:一方面,其可将圆形纹理平面上的某区域映射到球面的一个局部区域,且映射区域的部位与大小可根据需要确定,即不再限定为完整的半球面(或球面);另一方面,考虑到球面是不可展曲面,任何一种球面纹理映射算法都不可能同时满足上述3个准则^[5],但由于采用了面积等比约束这一有力措施,可使算法满足前两个准则,从而可大大提高映射纹理的质量。

不失一般性,将圆形纹理平面与球面的半径都取为单位长度,并设纹理平面上的任一点 Q 的极坐标为 (r, α) ,映射到球面上对应于点 P 的经纬坐标为 (θ, φ) 。下面给出构造纹理映射函数的要点:

(1) 为将纹理平面上的径向线段映射为球面上的一段经线,令 P 点的经度 θ 与 Q 点的极角 α 相等,即

$$\alpha = \theta \quad (4)$$

(2) 为将纹理平面上的任一圆弧(半径为常数)映射为球面上的一段纬线,令 P 点的纬度 φ 为 Q 点的极径 r 的函数,而与 Q 点极坐标的极角 θ 无关,即 $r = f(\varphi)$ 。

(3) 定义一种准梯形面片与准四边形面片,用于算法的描述。如图5所示,在圆形纹理平面上指定平面

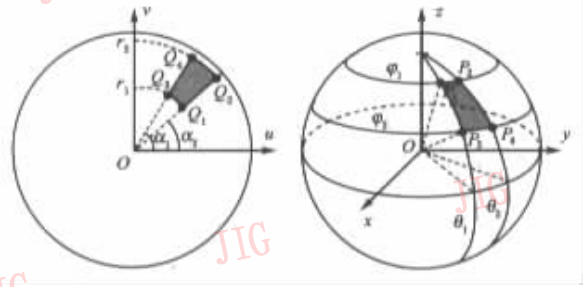


图5 局部球面的映射原理

片 $Q_1Q_2Q_3Q_4$,其一对直线边位于极角为 α_1 与 α_2 的两条径向线段上,而另一对曲线边则位于极径为 r_1 与 r_2 的两圆弧上。本文将这种平面片称为准梯形,再根据上述映射关系,与该平面片对应的是球面上的曲面片 $P_1P_2P_3P_4$,其一对曲边分别位于经度为 θ_1 与 θ_2 的两条经线上,另一对曲边分别位于纬度为 φ_1 与 φ_2 的两条纬线上。本文将这种曲面片称为准四边形。

(4) 为了满足纹理不变形准则2,可令纹理平面上的准梯形的面积与球面上与之相对应的准四边形的面积成比例。图5中,面片 $Q_1Q_2Q_3Q_4$ 面积的计算式为

$$S_Q = \int_{r_1}^{r_2} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} r dr d\alpha = \frac{1}{2} (r_2^2 - r_1^2) (\alpha_2 - \alpha_1)$$

曲面片 $P_1P_2P_3P_4$ 面积的计算式为

$$S_P = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos\varphi d\theta d\varphi = (\sin\varphi_2 - \sin\varphi_1) (\theta_2 - \theta_1)$$

由式(4)得, $\alpha_1 = \theta_1$, $\alpha_2 = \theta_2$ 。结合以上两式得

$$\frac{S_P}{S_Q} = 2(r_2^2 - r_1^2) / (\sin\varphi_2 - \sin\varphi_1) \quad (5)$$

为使 S_P 与 S_Q 在映射过程中保持比例关系,本文将函数 $r = f(\varphi)$ 写为以下的形式:

$$r^2 = A \sin\varphi + B \quad (6)$$

其中, A 与 B 为待定系数。

(5) 本文规定,纹理平面中心与球面正极点为映射对应点,映射纹理的区域为纬度坐标不小于 ψ 的局部球面。于是有如下关系:当 $r=0$ 时, $\varphi = \pi/2$; $r=1.0$ 时, $\varphi = \psi$ 。

将这两个边界条件代入式(6)得

$$A = -\frac{1}{1 - \sin\psi}; B = \frac{1}{1 - \sin\psi}$$

将 A 、 B 的表达式代入式(6)得

$$r^2 = \frac{1 - \sin\varphi}{1 - \sin\psi} \text{ 或 } r = \sqrt{\frac{1 - \sin\varphi}{1 - \sin\psi}} \quad (7)$$

上述式(4)、式(7)两式即为本算法的基本映射

关系函数。为了便于实际应用,可将该两式转换为如下直角坐标形式表示:

$$\begin{cases} u = r \cos \alpha = \sqrt{\frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}} \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin \varphi}} \frac{x}{\sqrt{1 + z}} \\ v = r \sin \alpha = \sqrt{\frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}} \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin \varphi}} \frac{y}{\sqrt{1 + z}} \end{cases} \quad (8)$$

3.2 算法特点分析

为了说明新算法的特点,可将式(7)代入式(5)得

$$\frac{S_P}{S_Q} = \frac{2}{1 - \sin \varphi} \quad (9)$$

此式说明,利用式(4)、式(7)两式进行局部球面映射时,可将纹理平面上的任一准梯形映射为球面上纬度不小于 φ ($-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$) 的区域中的一个准四边形,且其面积之比值仅与 φ 的取值有关。图 6 给出这种映射的一个示例。图中,纹理平面上的图案被若干射线分割成多个部分,且每个部分可用一个准梯形来近似,而每个准梯形映射到球面对应的区域则为一准四边形,这些准四边形就近似构成了纹理图案在球面上的映射区域。当分割图案的射线无限增加时,则用准四边形近似表示映射图案的误差将趋于零。由于构成纹理图案的所有准梯形和对应的准四边形的面积保持等比关系,故该算法可保证纹理平面上任意两个面积相等的区域映射到球面后面积仍然相等,从而满足了纹理不变形准则 2。由参数 φ 的取值范围可知,球面上的映射范围为从正极点至整个球面。

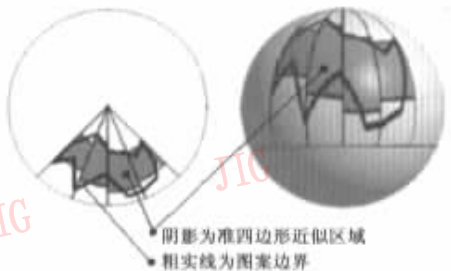


图 6 一般纹理图案的准梯形与准四边形近似

4 纹理映射效果

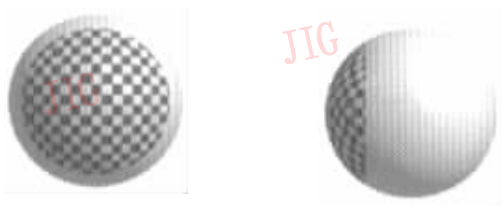
本文算法在 Windows 环境下用 VC++ 编程,并调用 OpenGL 函数库,进行了多种圆形纹理图案对球面进行的不同范围的映射实验,都得到了较好效果。图 7 为其中的两种圆形纹理图案,图 7(a)为两种颜色相间的方格纹理,图 7(b)为含有商标文字的图

案,其中方格与字符都是大小均匀的。图 8~图 10 为运用本文算法将方格纹理映射到球面不同范围的效果:其中(a)图为正视图(视线沿 z 轴方向),(b)图为侧视图(视线沿 y 轴方向)。可以看出,尽管参数 φ 取值不同,但映射纹理的方格面积在球面的各处都是相等的。图 11 和图 12 是当 φ 分别取 $\pi/4$ 与 $-\pi/8$ 时,商标图案在球面的映射结果。当 $0 \leq \varphi \leq \pi/2$ 时,也就是在上半球面任意指定映射范围时,所得映射结果与图 11 所示差不多,只是映射覆盖区大小不同。若 φ 取值较大,则覆盖区较小。由该两图可见,纹理平面上尺寸相等的字符,其在映射后仍大体相等。



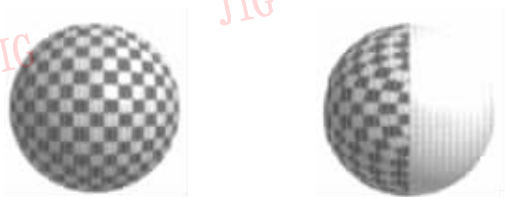
(a) 方格图案 (b) 文字图案

图 7 用于局部球面映射的纹理图案



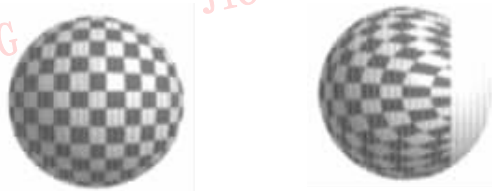
(a) 正视图 (b) 侧视图

图 8 方格纹理的局部球面映射 ($\varphi = \frac{\pi}{4}$)



(a) 正视图 (b) 侧视图

图 9 方格纹理的局部球面映射 ($\varphi = 0$)



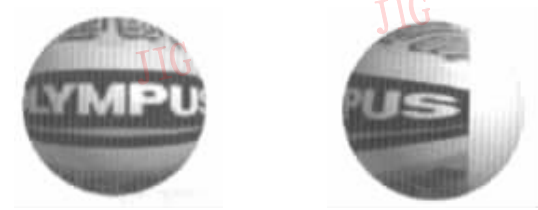
(a) 正视图 (b) 侧视图

图 10 方格纹理的局部球面映射 ($\varphi = -\frac{\pi}{4}$)



(a) 正视图

(b) 侧视图

图 11 文字纹理的局部球面映射($\psi = \frac{\pi}{4}$)

(a) 正视图

(b) 侧视图

图 12 文字纹理的局部球面映射($\psi = -\frac{\pi}{8}$)

以上实验表明,基于面积约束的局部球面映射方法,由于能同时满足纹理不变形准则 1 与 2,因此可明显减少纹理形变。需要指出,由于在 ψ 取负值的情况下,映射纹理形变增大,因此,若无特别需要,映射范围应取 $\psi \geq 0$ 。

5 结 论

本文提出的适用于球面局部区域的纹理映射算法,可用于将圆形平面上的纹理图案映射到范围可选的局部球面上,且具有较大的灵活性,该算法由于运用了面积等比约束,其可同时满足纹理不变形准则 1 和 2,因而有利于提高映射纹理的质量。文中所给出的实验结果表明,算法正确有效,映射纹理形变很小。

参 考 文 献

- 1 Bier E A, Sloan K R. Two-part texture mappings[J]. IEEE Computer Graphics and Application. 1986,6(9):40~53.
- 2 Rogers D F. Procedural elements for computer graphics[M]. Beijing: China Machine Press, 2002:531~534.

- 3 Blinn J F, Newell M E. Texture and reflection in computer generated images[J]. Communication of ACM, 1976, 19(10): 542~547.
- 4 (美) David F Rogers 著. 石教英,彭群生等译. 计算机图形学的算法基础(原书第二版)[M]. 北京:机械工业出版社, 2002:405~409.
- 5 范波,吴慧中. 多面体表面纹理映射方法的研究[J]. 计算机研究与发展, 1999, 36(4):446~450.
- 6 范波,吴慧中,孙小斌. 一种基于透视变换的球面纹理映射方法[J]. 南京理工大学学报, 1999,23(2):145~148.
- 7 Hebert M, Ikeuchi K, Delingette H. A spherical representation for recognition of free-form surfaces[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1995,17(7): 681~690.
- 8 李学庆,孟祥旭,杨承磊等. 一个基于球面映射的视景生成系统[J]. 系统仿真学报, 2001,13(增刊):129~132.
- 9 Micusik B, Pajdla T Estimation of omnidirectional camera model from epipolar geometry[A]. In: Proceedings of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition [C], Prague, Czech Republic 2003,1:485~490.



江巨浪 1967 年生,副教授,2003 年 6 月获合肥工业大学计算机应用技术专业硕士学位,现为合肥工业大学博士研究生。主要研究方向为计算机图形学和虚拟现实等。
E-mail:jiangjulang@sohu.com

张佑生 1941 年生,教授,博士生导师。1964 年 7 月毕业于华中科技大学无线电技术专业,1984 年 3 月获英国莱斯特大学(Leicester University)硕士学位。主要研究方向为计算机图形学、图像识别与理解、智能 CAD 等。

E-mail:zhangyos@mail.hf.ah.cn